УДК 004.942
DOI https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.4/17

Сікора О.В.
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Часто при розв'язуванні прикладних задач потрібно не просто знайти розв'язок задачі, а знайти найкраще рішення, або як кажуть оптимальний розв'язок. Такі задачі виникають при складанні раціону харчування, при розкрою матеріалу, при розподілі ресурсів між фірмами, при оптимізації транспортних перевезень, при оптимізація асортименту продукції та інші. Задачі комбінаторної оптимізації можна зустріти і в суспільному житті. Наприклад, знаходження оптимальних туристичних походів, оптимізація прокладання електромережі, мінімізація послуг з водопостачанням та водовідведенням, мінімізація довжини маршрутних доріг і т.д.

Сьогодні велика кількість задач оптимізуючого характеру вимагає використання різних методичних підходів, математичних методів та інформаційних технологій. Застосування для рішення того чи іншого математичного метода залежить від математичної моделі розглядуваного процесу. Розрізняють детерміновані, імовірнісні та ігрові задачі і їх моделі. Детерміновані оптимізаційні задачі характеризуються тим, що вони не містять випадкових змінних і параметрів, ймовірносні об'єкти містять значення імовірності появи того чи іншого фактора впливу на рішення, ігрові задачі характерні тим, що кожен із учасників може переслідувати свої інтереси.

У статті розглянуто оптимізаційні задачі шкільного курсу та розкрито методичні підходи до їх вирішення з використанням інформаційних технологій. Так розглянуто задачі лінійного програмування де показано принципи побудови математичної моделі і з використанням додатку Розв'язувач в Microsoft Excel знайдено її розв'язок. Наведено приклади і знайдено рішення задач теорії ігор з використанням мінімаксних та максимінних стратегії. Розкрито область застосування таких задач та основні підходи до їх вирішення. Оптимізаційні задачі динамічного програмування, що характеризуються розбиттям задачі на окремі підзадачі, розв'язано методом динамічного програмування, що дає можливість створити швидкий та ефективний підхід, який мінімізує час розв'язку таких задач.

У статті продемонстровано програмну реалізацію в системі Python задачі про Робот, мета якої полягає в знаходженні шляху мінімальної довжини від верхньої лівої клітинки до правої нижньої.

Розв'язування оптимізаційних задач в шкільному курсі інформатики дозволяє формувати в учнів зацікавленість в практичних задачах, у використанні інформаційних технологій та систем програмування, розширює інформатичний інструментарій школяра, сприяючи підсиленню зв'язку навчання з життям.

Ключові слова: *оптимізаційні методи, математична модель, мінімаксні стратегії, програмний продукт, динамічне програмування, мова програмування Python.*

Постановка проблеми. Людина при вирішенні багатьох проблем намагається отримати якомога найкращий (оптимальний) розв'язок. Чи це вибір маршруту, чи витрати на будівництво та ремонт, чи вкладання грошей в бізнес, чи розподіл ресурсів між цехами, фірмами та інше. При рішенні такого типу задач люди часто керуються своєю інтуїцією, досвідом роботи, нагромадженими знаннями, тощо. Але сьогодні при розв'язуванні масштабних задач планування, розподілу ресурсів, будівництві необхідне використання математичних методів та інформаційних технологій для оптимізації роботи. Вивчення оптимізаційних задач в шкільному курсі інформатики дозволяє формувати в учнів зацікавленість в практичних задачах, використанні інформаційних технологій та систем програмування, розширює інформатичний інструментарій школяра, сприяючи підсиленню зв'язку навчання з життям. Такі задачі оптимізаційного характеру сприяють всебічному розвитку, розширенню кола знань, ефективному формуванню поняття математичної моделі, зацікавленості у вирішенні таких задач, демонструє можливості використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій у розв'язанні прикладних задач, сприяє формуванню компетентнісного підходу в навчанні інформатики та забезпечує формування інформатичних компетентностей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Багато відомих вчених присвятили свої роботи розробці та практичном використанню оптимізаційних методів. Дослідженням задач лінійного та нелінійного програмування присвятили свої роботи І. Бартіш [3], І. Дудзяний [5], Г. Цегелик [4]. Вагомий вклад у дослідження методів теорії оптимізації внесли О.Ю. Червак [6], Б.М. Пшеничний, В.С. Міхалевич, Н.К. Максишко, В.О. Препелиця. Основи теорії і методи оптимізації розкрито в роботах М. Жалдака, Ю. Триуса [2], В. Кутковецького [8] та інших. Робота в середовищі Python, принципи створенню програмних продуктів розкрито в роботах А.О. Костюченко, А.В. Яковенко, Марка Лутца, Майкла Доусона та інших.

Мета статті – дослідити процес прийняття ефективних рішень з використанням інформаційних технологій.

Виклад основного матеріалу дослідження. Люди часто в своїй практиці розв'язують задачі з вибору найкращого результату з усіх можливих альтернатив. Наприклад, кожен вибирає маршрут до роботи мінімальної довжини, при плануванні роботи підприємства керівник організовує так роботу, щоб отримати максимальний прибуток при мінімальних витратах. Такі задачі зустрічаються всюди, в побуті, в економіці, на виробництві, у військовій справі і т.д. Однак потрібно враховувати те, що, наприклад, побудувати сучасний швидкісний літак за мінімальні вкладення неможливо.

Оптимізація – це сукупність методів, дій, направлених на модернізацію і покращення процесу вибору найкращого результату з усіх можливих. Оптимізація використовується практично у всіх сферах людського життя. Задачі, які визначають найкращий результат, найменші витрати, найбільші прибутки та інші відносяться до оптимізаційних. Сьогодні для рішення таких задач використовують обгрунтовані математичні методи, які дозволяють вирішувати оптимізаційні проблеми. Для вирішення таких задач необхідно:

– записати функцію мети, яка виражає або прибутки, або витрати і т.д.;

– задати обмеження, що впливають на вирішення задачі. Це можуть бути обмеження на сировину, на людинoресурси, на машинний час, на обладнання та інші;

– знайти мінімальне чи максимальне значення цільової функції при заданих обмеженнях.

Для прикладу візьмемо роботу бізнесмена, який намагається максимізувати свій прибуток, однак він обмежений кількістю людей, наявними грошима, обладнанням та ін. Так само керівник будівельної фірми намагається побудувати об'єкт за мінімальний час, але у нього теж є свої обмеження, а саме обмеження на якість та охорону праці, кількість будівельної техніки, кількість робочих рук, кількість коштів і т. д. Інколи для вирішення оптимізаційних задач можна застосувати класичні методи математичного аналізу, але великий клас оптимізаційних задач вимагають інших, відмінних від класичних оптимізаційних методі, які є науково обгрунтовані і доведені.

Цільова функція – це аналітична залежність між умовою оптимальності і параметрами. Для функції мети завжди і обов'язково вказується напрям оптимізації:

$$F(x) \longrightarrow max \qquad (F(x) \longrightarrow min).$$

Функція мети приймає числове значення, що характеризує наскільки оптимальним є знайдене рішення. Знайдене числове значення функції мети враховує і ті обмеження, що накладені на цільову функцію.

Розв'язок оптимізаційної задачі починається із побудови математичної моделі, яка містить:

- список шуканих змінних;
- функцію мети;
- критерій оптимізації функції мети;
- систему обмежень.

Для рішення задач оптимізації сьогодні доцільно використовувати інформаційні технології, які зменшують час витрат на розв'язування поставлених проблем, мінімізують кількість операцій та не вимагають знання математичних методів, що використовуються для прийняття рішень. Для прикладу розглянемо кілька задач оптимізації шкільного курсу і їх рішення за допомогою інформаційних технологій.

Приклад 1. Кондитерський цех може випікати торти трьох видів: Наполеон, Шоколадний, Празький. Кількість кожного виду продуктів , що йде на приготування одного кілограма торта, запаси продуктів, ціна по якій реалізується один кілограм торта подано в таблиці 1.

Таблиця 1

Дані для прикладу 1

Вид продукту	**ТОРТИ**			**Запаси продуктів**
	Наполеон	**Шоколадний**	**Празький**	
Мука	4	5	6	25
Молоко	2	3	4	15
Масло	6	5	5	22
Какао	3	5	7	12
Ціна 1кг виробу	65	70	75	

Слід визначити скільки кілограмів виробляти тортів і якого виду, щоб загальний прибуток був максимальним.

Для рішення такої задачі побудуємо математичну модель.

Нехай

X_1 – кількість кілограм торта Наполеон;

X_2 – кількість кілограм торта Шоколадний;

X_3 – кількість кілограм торта Празький.

Значення цільової функції, а саме прибуток буде рівний:

$$F=65*X_1+70*X_2+75*X_3 \longrightarrow \max$$

При вирішення цієї задачі слід записати обмеження на продукти, оскільки їх запаси обмежені: для муки:

$$4*X_1+5*X_2+6*X_3<=80$$

для молока:

$$2*X1+3*X2+4*X3<=90$$

для масла:

$$6*X1+5*X2+5*X3<=100$$

для какао:

$$3*X1+5*X2+7*X3<=90.$$

Отже, наша задача звелася до відшукання максимального значення функції

$$F=65*X_1+70*X_2+75*X_3 \longrightarrow \max$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} 4*X_1+5*X_2+6*X_3<=80 \\ 2*X_1+3*X_2+4*X_3<=90 \\ 6*X_1+5*X_2+5*X_3<=100 \\ 3*X_1+5*X_2+7*X_3<=90 \end{cases}$$

Оскільки і функція мети і обмеження є лінійними, то ми отримали задачу лінійного програмування. Для її вирішення скористаємося надбудовою в Microsoft Excel, а саме Дані–>Розв'язувач. Введемо всі неохідні дані на Лист Excel (рис. 1).

Клітинки таблиці мають наступне призначення:

– A1:C4 – таблиця значень при невідомих в системі обмежень;

– D1:D4 – значення запасів продуктів;

– A13:C13 – значення цін при реалізації;

– A6:C6 – значення розв'язків X, початкові значення яких задані 1 (одиницею) та які будуть оптимізовані програмою;

– B8:B11 – вирази, які обчислюють добуток A*X;

– D13 – вираз, який обчислює значення цільової функції.

Встановивши курсор на D13, клітинка в якій обчислюється значення цільової функції, заповнюємо параметри вікна Розв'язувача. Для цього вводимо адрес комірки де обчислюється функція мети, активізуєм максимум, вводимо обмеження, вибираємо симплекс метод розв'язування задачі лінійного програмування та вказуємо невід'ємність шуканих невідомих.

Отримуємо результат (рис. 3).

Отже, згідно нашої постановки задачі можемо максимально отримати прибуток в 1210 одиниць, якщо випікатимемо 10 кг торта Наполеон і 8 кг Шоколадного торта.

Часто приходиться вирішувати проблеми в конфліктних ситуаціях. Для вирішення таких задач існує теорії ігор. Теорія ігор – це математичний апарат, що містить методи вирішення конфліктних ситуацій. Основне завдання теорії ігор визначити оптимальні стратегії поведінки кожного з гравців.

Розглянемо парну скінчену гру. Нехай кожен із гравців володіє своїми стратегіями:

	A	B	C	D
1	4	5	6	80
2	2	3	4	90
3	6	5	5	100
4	3	5	7	90
5				
6	10	7,99999999999999	0	
7				
8		=A1*A6+B1*B6+C1*C6	<=	80
9		=A2*A6+B2*B6+C2*C6	<=	90
10		=A3*A6+B3*B6+C3*C6	<=	100
11		=A4*A6+B4*B6+C4*C6	<=	90
12				
13	65	70	75	=A13*A6+B13*B6+C13*C6

Рис. 1. Дані на листі Excel

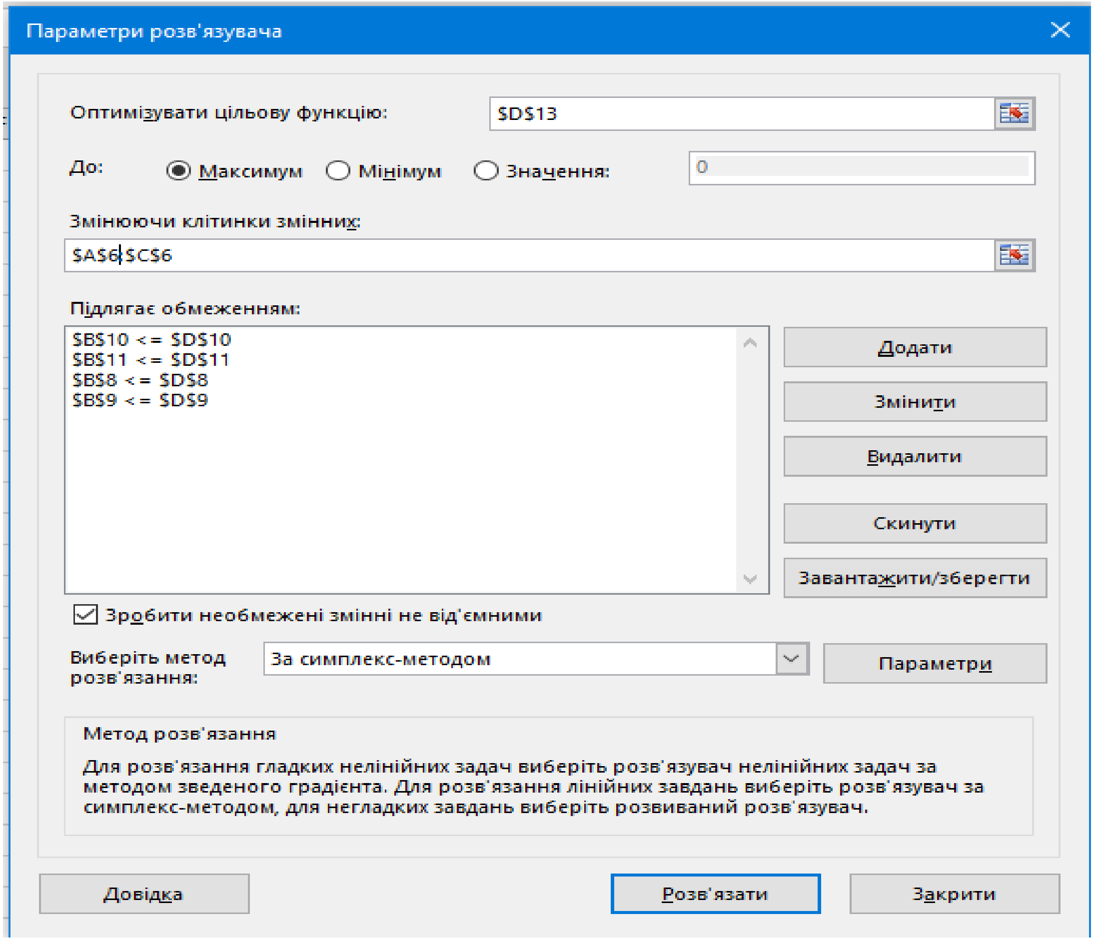


Рис. 2. Параметри розв'язувача

$A_1, A_2, \ldots, A_m$ – стратегії гравця A;

$B_1, B_2, \ldots, B_n$ – стратегії гравця B.

Матриця P = (a_{ij}) (i= 1, m ; j= 1, n), де кожен елемент позначає виграш одного із гравців, коли І гравець вибрав стратегію A_i, а другий – B_j, називається матрицею гри (рис. 4).

Найбільш дієвим для вирішення задач теорії ігор є принцип мінімаксу-максиміну.

Якщо гравець A обирає свою стратегію A_i, то в найгіршому випадку він отримає найменший виграш рівний:

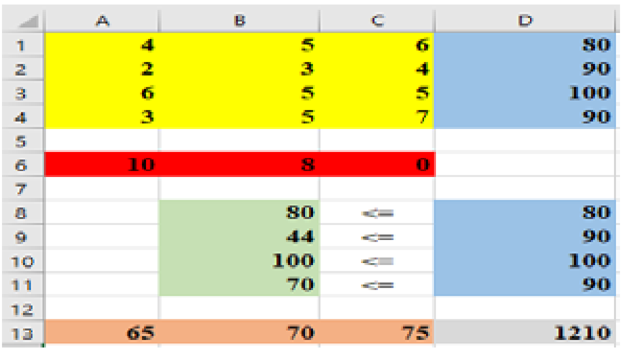
$$\alpha_i = \min_j a_{ij}, \ i = \overline{1;m}.$$

Обираючи свою стратегію, гравець A враховує розумну поведінку противника і знає що він виграє не менше ніж α_i. Передбачаючи таку ситуацію гравець A з усім можливих виграшів вибирає найкращий виграш, а саме:

$$\alpha = \max_i a_i \quad i = 1, m$$

або

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} \quad i = 1, m \quad j = 1, n$$



	A	B	C	D
1	4	5	6	80
2	2	3	4	90
3	6	5	5	100
4	3	5	7	90
5				
6	10	8	0	
7				
8		80	<=	80
9		44	<=	90
10		100	<=	100
11		70	<=	90
12				
13	65	70	75	1210

Рис. 3. Результат рішення прикладу 1

Платіжна матриця (матриця гри)

Стратегії гравця B / Стратегії гравця A	B_1	B_2	...	B_n	$\alpha_i = \min_j a_{ij}$
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	α_1
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	α_2
...	...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	α_m
$\beta_j = \max_j a_{ij}$	β_1	β_2	...	β_n	$\alpha = \max_i \alpha_i$ / $\beta = \min_j \beta_j$

Рис. 4. Матриця гри

Число а – це гарантований виграш одного із гравців, не залежно яку із стратегій обере інший гравець і називається нижньою ціною гри. Така стратегія, що обрав перший гравець і отримав виграш називається максимінною стратегією.

Гравець В розуміючи свій програш він намагатиметься мінімізувати виграш противника, тобто максимально його понизити обираючи свої стратегію.

$$\beta_j = \max_i a_{ij} \quad i = 1, m \quad j = 1, n$$

З усіх програшів другий гравець обиратиме мінімальний.

$$\beta = \min_j \beta_j \quad j = 1, n$$

або

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} \quad i = 1, m \quad j = 1, n$$

Стратегія гравця В, яка відповідатиме його мінімальному програшу називається мінімаксною стратегією. Число β називається верхньою ціною гри. Якщо нижня ціна гри співпадає із верхньою ціною і один і той же елемент a_{ij} є найменшим в своєму рядку і найбільшим в своєму стовпці, то кажуть, що гра має сідлову точку, а стратегії A_i* та B_j*, що відповідають цьому елементу, називаються оптимальними, а разом оптимальні стратегії і ціна гри – вважається рішенням матричної гри в чистих стратегіях.

Приклад 2. Дві конкуруючі фірми A і B намагаються завоювати збут своїх товарів у трьох районах. Нехай

A_1-стратегія, що фірма А продає товар в першому районі і отримає:

5 тис. грн., якщо і друга фірма обрала цей район(B_1);

6 тис. грн., якщо друга фірма обрала другий район(B_2);

6 тис. грн., якщо друга фірма обрала третій район(B_3)

A_2-стратегія, що фірма А продає товар в другому районі і отримає:

9 тис. грн., якщо і друга фірма обрала перший район(B_1);

8 тис. грн., якщо друга фірма обрала другий район(B_2);

7 тис. грн., якщо друга фірма обрала третій район(B_3)

A_3-стратегія, що фірма А продає товар в третьому районі і отримає:

7 тис. грн., якщо і друга фірма обрала перший район(B_1);

8 тис. грн., якщо друга фірма обрала другий район(B_2);

6 тис. грн., якщо друга фірма обрала третій район(B_3)

У платіжній матриці Р записуємо прибутки фірми А(витрати фірми В) в залежності від району продажі продукції та присутності чи відсутності конкурента.

Динамічне програмування є розділом математики, який розглядає теорію і алгоритми рішення багатокрокових задач оптимального керування процесами. Такі задачі можна розв'язувати методом повного перебору усіх можливих варіантів

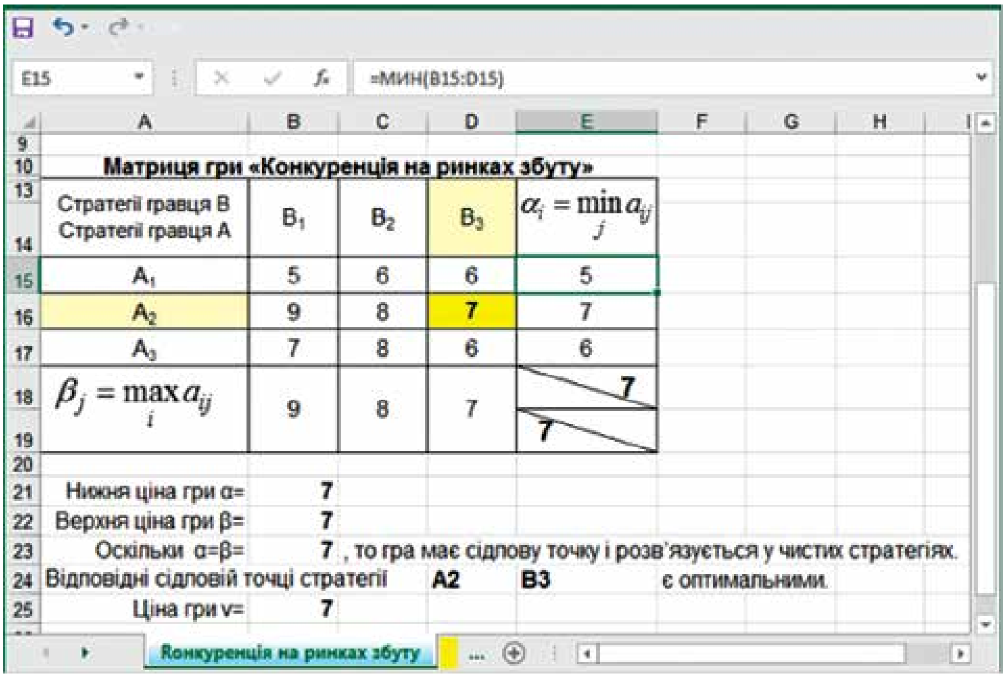


Рис. 5. Матриця гри «Конкуренція на ринках збуту»

і вибору оптимального із них, однак такі алгоритми довго працюють. Використавши метод динамічного програмування з рекурсією дасть можливість створити швидкий та ефективний метод, що мінімізує час розв'язку таких задач. Основна ідея полягає в поділу великої задачі на більш прості, з меншою кількістю вхідних даних, але всі ті задачі логічно пов'язані між собою. В основу динамічного програмування покладено принцип Белмана, який говорить, що яким би не був початковий стан системи та яке б рішення не було прийняте, наступні рішення повинні бути оптимальні по відношенню до попередніх станів.

Приклад 3. Нехай маємо таблицю 1 розмірності 3*4. В кожній клітинці такої таблиці записано витрати енергії Робота, якщо він потрапить в цю клітинку таблиці. Починає він свій шлях з верхнього лівого кута і повинен прийти в нижній правий кінець, при чому рухатися може тільки вперед і вправо. Потрібно обрати шлях, на якому робот витратить оптимальний (мінімальну) кількість енергії, якщо він переміститься з верхнього лівого кутки до правого нижнього.

Таблиця 2

Витрати енергії робота

СТАРТ

3	8	2	6
7	5	4	1
4	0	12	9

ФІНІШ

Для рішення такої задачі, можна розглянути усі можливі шляхи, визначити їх довжину і обрати із них шлях найменшої довжини. Але якщо таблиця міститиме велику кількість клітинок, тоді усіх можливих маршрутів буде велика кількість і це може зайняти багато часу. Тоді доцільно використовувати метод динамічного програмування і програмну систему для реалізації. Такого типу задачі часто можна зустріти серед олімпіадних завдань.

Визначимо витрати енергії робота, коли він буде рухатися по горизонталі і вертикалі. Всі внутрішні клітинки заповнюємо виходячи із мінімального значення сусідніх клітинок. Наприклад, там де знаходиться 5, внизу клітинки записано 15, оскільки min(10, 11)=10, 10+5=15. Завжди при заповнені клітинки вибираємо сусідню ту клітинку де знаходиться мінімальне значення і з неї рухаємося.

Таблиця 3

Оптимальний шлях робота

СТАРТ

3	8 11	2 13	6 19
7 10	5 15	4 17	1 18
4 14	0 14	12 26	9 27

ФІНІШ

Оптимальним буде той шлях, який не переривається, тобто вправо, вправо, вниз, вправо, вниз і його вартість рівна 27. Програмна реалізація зроблена в системі Python.

Висновок. В багатьох галузях науки, техніки, енергетики, транспортній галузі та інших процеси оптимізації є основою їх практичної діяльності. Вони грунтуються на теорії оптимізації, яка включає математичні методи фундаментального та прикладного характеру і застосування інформаційних технологій. Основним завданням оптимізації є знаходження значень керуючих факторів, при яких показники ефективності оптимізуючого процесу досягнуть найкращого значення (мінімального чи максимального). Об'ємні оптимізуючі процеси вимагають застосування наукового підходу, тобто розроблення наукових алгоритмів оптимізації обладнання, виробництва, процесів на грунті проведення досліджуваних робіт. Знання методичних підходів та інформаційних технологій дозволяють за мінімальний час і без великих зусиль приймати оптимальні рішення при розв'язуванні прикладних задач.

Перспективи подальших досліджень. Розглянути вирішення задач статичної оптимізації з використанням інформаційних технологій.

Список літератури:

1. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: підручник. Київ, 2006.816с.
2. Жалдак М.І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації : навчальний посібник. Черкаси, 2005. 608 с.
3. Бартіш М.Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми : навчальний посібник. Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. 223 с.

4. Цегелик Г. Г. Лінійне програмування. Львів: Світ, 1995. 216 с.
5. Бартіш М. Я., Дудзяний І. М. Дослідження операцій. Частина 2. Алгоритми оптимізації на графах. Львів: видавн. центр ЛНУ, 2007.
6. Червак О.Ю. Надкритерії в однокритеріальній оптимізації / О. Ю. Червак. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія : Математика і інформатика*. 2015. Вип. 2. С. 164–168.
7. Самсонов В.В. Алгоритми розв'язання задач оптимізації: навчальний посібник. Київ, 2014. 300 с.
8. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій : навч. посіб. / В. Я. Кутковецький. 2-ге видання, виправлене. К.: ВД «Професіонал», 2005. 264 с.

Sikora O.V. INFORMATION TECHNOLOGY SUPPORT DECISION-MAKING

Often, when solving applied problems, you need not just to find a solution to the problem, but to find the best solution, or as they say, the optimal solution. Such tasks arise when preparing a diet, when cutting material, when distributing resources between companies, when optimizing transportation, when optimizing the assortment of products, and others. Combinatorial optimization problems can also be found in social life. For example, finding optimal tourist trips, optimizing the laying of the electricity network, minimizing water supply and drainage services, minimizing the length of route roads, etc.

Today, a large number of optimization tasks require the use of various methodological approaches, mathematical methods and information technologies. The application of this or that mathematical method for the solution depends on the mathematical model of the considered process. There are deterministic, probabilistic and game problems and their models. Deterministic optimization tasks are characterized by the fact that they do not contain random variables and parameters, probabilistic objects contain values of the probability of the appearance of this or that factor influencing the decision, game tasks are characterized by the fact that each of the participants can pursue their interests.

The article examines the optimization tasks of the school course and discloses methodical approaches to their solution using information technologies. This is how linear programming problems are considered, where the principles of building a mathematical model are shown and its solution is found using the Solver application in Microsoft Excel. Examples are given and solutions to game theory problems using minimax and maximin strategies are found. The scope of application of such problems and the main approaches to their solution are disclosed.

Optimization problems of dynamic programming, characterized by the division of the problem into separate subproblems, are solved by the method of dynamic programming, which makes it possible to create a fast and effective approach that minimizes the time of solving such problems.

The article demonstrates the programmatic implementation of the Robot problem in the Python system, the goal of which is to find a path of minimum length from the upper left cell to the lower right cell.

Solving optimization problems in the school informatics course allows students to be interested in practical tasks, in the use of information technologies and programming systems, expands the student's informatics toolkit, helping to strengthen the connection between learning and life.

Key words: *optimization methods, mathematical model, minimax strategies, software product, dynamic programming, Python programming language.*